









## Impacto de fibras de PET y microfibras en las propiedades mecánicas de concreto permeable: una aproximación con correlación canónica.

M. G. Gómez-Valdovinos<sup>1</sup> , W. Martínez-Molina<sup>1\*</sup> , A. Muciño-Velez<sup>2</sup> ,  
M. Arreola-Sánchez<sup>1</sup> , H. L. Chávez-García<sup>1</sup> , M. A. Navarrete-Seras<sup>1</sup> ,  
J. P. Molina-Aguilar<sup>3</sup> , E. M. Alonso-Guzmán<sup>1</sup> 

\*Autor de Contacto: [wilfrido.martinez@umich.mx](mailto:wilfrido.martinez@umich.mx)

DOI: <https://doi.org/10.21041/ra.v16i1.822>

Recibido: 14/05/2025 | Correcciones recibidas: 24/11/2025 | Aceptado: 08/12/2025 | Publicado: 01/01/2026

### RESUMEN

El objetivo fue analizar el efecto de microfibras de polipropileno y fibras de PET en las propiedades mecánicas y en la resistividad eléctrica (RE) del concreto permeable. Se diseñaron tres mezclas — control, con microfibras y con PET— y se evaluaron compresión, tensión, flexión, RE y frecuencia de resonancia. Los resultados se integraron mediante un Análisis de Correlación Canónica (ACC) para identificar relaciones multivariadas entre el refuerzo y el desempeño del material. El ACC mostró correlaciones significativas entre la incorporación de fibras y el incremento de resistencia mecánica, así como su relación con la variación en RE. El estudio es original porque al aplicar ACC a concretos permeables las fibras mejoran el comportamiento estructural y el ACC aporta una interpretación integral precisa.

**Palabras clave:** análisis multivariado, comportamiento estructural, frecuencia de resonancia, caracterización experimental, módulo de elasticidad dinámico.

**Citar como:** Gómez-Valdovinos, M. G., Martínez-Molina, W., Muciño-Velez, A., Arreola-Sánchez, M., Chávez-García, H. L., Navarrete-Seras, M. A., Molina-Aguilar, J. P., Alonso-Guzmán, E. M. (2026), “Impacto de fibras de PET y microfibras en las propiedades mecánicas de concreto permeable: una aproximación con correlación canónica.”, Revista ALCONPAT, 16 (1), pp. 127 – 148, DOI: <https://doi.org/10.21041/ra.v16i1.822>

<sup>1</sup> Laboratorio de Materiales, Facultad de Ingeniería Civil, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Morelia, Michoacán, México, 58040.

<sup>2</sup> Laboratorio de Materiales y Sistemas Estructurales (Lmse), Facultad de Arquitectura, Universidad Nacional Autónoma de México, México.

<sup>3</sup> Laboratorio de Hidráulica, Facultad de Ingeniería Civil, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Morelia, Michoacán, México, 58040.

### Contribución de cada autor

En este trabajo el autor M. G. Gómez-Valdovinos contribuyó con el desarrollo experimental (50%) y escritura del trabajo (75%); el autor W. Martínez-Molina con la definición de la metodología experimental (50%), así como su revisión y seguimiento (75%); el autor A. Muciño-Velez contribuyó con recopilación de datos (25%) y desarrollo experimental (50%); el autor M. Arreola-Sánchez contribuyó con recopilación de datos (75%) y en el análisis e interpretación del análisis mecánico (50%); el autor H. L. Chávez-García contribuyó en el análisis e interpretación del análisis mecánico (50%); M. A. Navarrete-Seras contribuyó en la definición de la metodología experimental (50%), así como su revisión y seguimiento (25%); J. P. Molina-Aguilar llevó a cabo la discusión de la aplicación del método canónico (75%), y E. M. Alonso-Guzmán contribuyó con la idea original (100%), discusión de la aplicación del método canónico (25%) y escritura del trabajo (25%).

## Impact of PET and microfiber fibers on the mechanical properties of pervious concrete: a canonical correlation approach.

### ABSTRAC

The objective was to analyze the effect of polypropylene microfibers and PET fibers on the mechanical properties and electrical resistivity (ER) of pervious concrete. Three mixtures were designed—control, with microfibers, and with PET—and tested in compression, tension, flexure, ER, and resonance frequency. The results were integrated through a Canonical Correlation Analysis (CCA) to identify multivariate relationships between fiber reinforcement and material performance. CCA revealed significant correlations between fiber incorporation and increases in mechanical strength, as well as their relationship with variations in ER. This study is original in applying CCA to pervious concrete: fibers improve structural behavior, and CCA provides a precise and comprehensive multivariable interpretation.

**Keywords:** multivariate analysis, structural behavior, resonance frequency, experimental characterization, dynamic modulus of elasticity.

## Impacto das fibras e microfibras de PET nas propriedades mecânicas do betão permeável: uma abordagem de correlação canónica.

### RESUMO

O objetivo foi analisar o efeito de microfibras de polipropileno e fibras de PET nas propriedades mecânicas e na resistividade elétrica (RE) do concreto permeável. Três misturas foram elaboradas—controle, com microfibras e com PET—e avaliadas em compressão, tração, flexão, RE e frequência de ressonância. Os resultados foram integrados por meio da Análise de Correlação Canônica (ACC) para identificar relações multivariadas entre o reforço fibroso e o desempenho do material. A ACC mostrou correlações significativas entre a incorporação de fibras e o aumento da resistência mecânica, bem como sua relação com a variação da RE. O estudo é original ao aplicar ACC a concretos permeáveis: as fibras melhoram o comportamento estrutural e a ACC fornece uma interpretação multivariada precisa e abrangente.

**Palavras-chave:** análise multivariada, comportamento estrutural, frequência de ressonância, caracterização experimental, módulo de elasticidade dinâmico.

### Licencia Creative Commons

Los derechos de autor (2026) son propiedad de los autores. Este trabajo es un artículo de acceso abierto publicado bajo los términos y condiciones de una licencia internacional Creative Commons Attribution 4.0 International License ([CC BY 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)).

### Discusiones y correcciones posteriores a la publicación

Cualquier discusión, incluyendo la réplica de los autores, se publicará en el tercer número del año 2026 siempre y cuando la información se reciba antes del cierre del segundo número del año 2026.

### Información Legal

Revista ALCONPAT es una publicación cuatrimestral de la Asociación Latinoamericana de Control de Calidad, Patología y Recuperación de la Construcción, Internacional, A. C., Km. 6, antigua carretera a Progreso, Mérida, Yucatán, C.P. 97310, Tel. +52 1 983 419 8241, [alconpat.int@gmail.com](mailto:alconpat.int@gmail.com), Página Web: [www.alconpat.org](http://www.alconpat.org)

Reserva de derechos al uso exclusivo No.04-2013-011717330300-203, eISSN 2007-6835, ambos otorgados por el Instituto Nacional de Derecho de Autor. Editor responsable: Dr. Pedro Castro Borges. Responsable de la última actualización de este número, Unidad de Informática ALCONPAT, Ing. Elizabeth Sabido Maldonado.

Las opiniones expresadas por los autores no necesariamente reflejan la postura del editor.

La reproducción total o parcial de los contenidos e imágenes de la publicación se realiza en apego al código COPE y a la licencia CC BY 4.0 de la Revista ALCONPAT.

## 1. INTRODUCCIÓN

El concreto permeable es un material con múltiples beneficios ambientales. Se trata de un concreto hidráulico hecho con materiales similares a los utilizados en la elaboración de concreto convencional, pero con un cuidado especial en la granulometría del agregado pétreo y con menor cantidad de agua (Rangelov et al. 2016). El control en la granulometría busca generar un material con una estructura abierta y una conectividad entre poros que logre un flujo de agua y aire a través de los vacíos presentes en él; para ello se utilizan agregados gruesos con poco o nada de finos (Hesami et al. 2014).

Una porosidad entre el 15 y 30% es la característica principal por la cual las aplicaciones del concreto permeable se han centrado en disminuir las escorrentías de aguas pluviales, los efectos generados por la isla de calor en las zonas urbanas, permitir el paso del agua hacia los mantos freáticos y minimizar el ruido debido a la interacción entre neumático-pavimento gracias a la absorción del sonido (Park et al. 2022; Nazeer et al. 2023). De acuerdo con Oni et. al. (2020) el uso del concreto permeable trae consigo beneficios medioambientales, económicos y sociales. Entre mayor sea el porcentaje de poros en el interior del concreto, mayor permeabilidad al agua, mayor absorción de sonido y menor capacidad térmica se tiene (Park et al. 2022), por ejemplo, un porcentaje de poros entre el 15% y 30% hace posible una permeabilidad del agua de aproximadamente 2 a 6 mm/s (Zhong et. al., 2018); sin embargo, con el aumento de poros y heterogeneidad, las propiedades mecánicas del material disminuyen. A diferencia del concreto convencional, en el concreto permeable las propiedades de resistencia están más ligadas a la relación agregado-cemento que a la relación agua-cemento (Chandrappa and Biligiri 2016). El concreto permeable diseñado para 15, 20 ó 25% de poros, suele tener resistencias a compresión de 38-44 MPa, 29-35 MPa y 15-22 MPa, respectivamente (Zhong et. al. 2018); su resistencia a flexión se encuentra entre 1 y 6 MPa, de acuerdo al diseño (Nguyen, Tran, and Vu 2022); y, cuenta con relaciones de agua/cemento en el rango de 0.26 a 0.45 para cuidar la estabilidad en la pasta de cemento sin comprometer demasiado la resistencia mecánica (Zhong et al. 2018).

La capacidad de mover un alto volumen de agua a través de sus poros interconectados hacia el subsuelo es el principal beneficio ambiental que ofrece el concreto permeable, dando como resultado una recarga en el agua subterránea, reduciendo las inundaciones por falta de áreas de percolación en zonas urbanas, y disminuyendo o eliminando los problemas relacionados con el agua de lluvia (Sherwani et al. 2021). Si se utiliza como capa de rodadura en un pavimento, la Agencia de Protección Ambiental de Estados Unidos enlista las siguientes ventajas: con la filtración natural se eliminan contaminantes dando como resultado un tratamiento natural del agua, menor necesidad de obras de drenaje junto a las carreteras (bordillos y alcantarillas pluviales), aumento de la seguridad al conducir gracias a una mayor resistencia al deslizamiento y, si se diseñan capas granulares adecuadas, recarga de acuíferos locales (Giustozzi 2016).

Ciertamente, todos los beneficios mencionados están ligados a la cantidad de poros en el material, sin embargo, esta porosidad interna compromete la homogeneidad al momento de distribuir tensiones internas debido a fuerzas externas, dando como resultado una resistencia mecánica menor a la del concreto convencional (Song et. al. 2022). El mejoramiento en el comportamiento mecánico es uno de los grandes desafíos para el concreto permeable; Zhou et al. (2016) indican que, con la intención de obtener los vacíos continuos requeridos y la resistencia mecánica suficiente, varios estudios han evaluado el desempeño de este concreto modificado con fibras de polímero, reportando un aumento en el contenido de vacíos, en la permeabilidad y en la resistencia a la compresión con dicha incorporación. Juradin et al. (2021) investigaron la incorporación de fibras y del método de compactación en las propiedades de concreto permeable, concluyendo que la adición de fibras mejora las propiedades mecánicas al mismo tiempo que afecta negativamente a la porosidad y la permeabilidad de las mezclas. A partir de un análisis de incorporación de fibras

obtenidas de residuos sólidos en concreto hidráulico, Blancas-Herrera et al. (2020) concluyen que este tipo de adición es una gran alternativa para la creación de un material con mayores respuestas mecánicas ante fuerzas de tensión, flexión y ductilidad, siendo también un material más homogéneo y con mayor absorción de energía. Con respecto al tema de durabilidad, J. T. Kevern and D. Biddle (2017) diseñaron un plan de pruebas para verificar los efectos que adquiere un concreto permeable con fibras macro sintéticas en su estructura, con respecto a sus propiedades de durabilidad; se obtuvo una reducción en la abrasión de la superficie, así como en la permeabilidad y la tasa de filtración, con una mejora en la resistencia al proceso de congelamiento y deshielo. En concordancia con las ideas expuestas anteriormente, T.K.M Ali and N. Hilal (2020) expusieron la idea de incorporar PET en el concreto como una opción ideal por las características no degradables de dicho plástico, ya que, después de un trabajo de experimentación donde adicionaron dicho residuo a un concreto armado, pudieron apreciar un mejor comportamiento ante agrietamiento en vigas, al igual que su resistencia a la tracción, retracción por secado, fluencia, resistencia química y modificación del tipo de falla de frágil a dúctil.

Respecto del método multivariado Análisis de Correlación Canónica (ACC), se puede definir como un método matemático lineal que se utiliza para comparar dos grupos de datos: un conjunto independiente denominado “X” y un conjunto dependiente llamado “Y” con una cantidad  $p$  de variables  $x_i$  y  $q$  de variables  $y_i$ , respectivamente (D. Díaz 2015). El objetivo principal del método es obtener la cuantificación de la validez de la relación entre los dos conjuntos de variables mencionadas anteriormente, por esa razón, su aplicación llega a muchas áreas como meteorología, demografía, biología, química, ciencias políticas, ciencias del conocimiento, psicometría, sociología, ciencias administrativas, pedagogía, e incluso inteligencia artificial (Badii and Castillo 2017).

El ACC es un método multivariado a resolver con técnicas de álgebra lineal numérica, ya que se trata de un problema de máximos con restricciones, siendo posible resolverlo con valores y vectores propios si se aplica el método de multiplicadores de Lagrange para su análisis (B.C. Matías Castillo et. al. 2017). Lo destacable del ACC es que se pueden predecir simultáneamente múltiples variables dependientes desde el conjunto de variables independientes; el desarrollo de dicho análisis se lleva a cabo creando varias funciones canónicas (valores teóricos canónicos) que maximizan la correlación entre las dos combinaciones lineales, además, esta técnica permite que tanto las variables dependientes como las independientes puedan ser métricas y no métricas, tanto continuas como discretas (R.A. Viana Marcelo and J. L. Navarro España 2012).

El método tiene establecidos los siguientes tres objetivos (Badii and Castillo 2017):

1. Establecer si dos conjuntos de variables que se cuantifican en una misma muestra o población son independientes entre sí o, en caso contrario, encontrar la magnitud de las relaciones que puedan existir entre ambos.
2. Asignarle un peso o valor relativo a cada conjunto de variables criterio y variables predictoras para poder lograr la máxima correlación entre las combinaciones lineales de cada conjunto.
3. Declarar la naturaleza de todas las relaciones encontradas entre los conjuntos de variables dependientes e independientes.

La-ventaja que presenta el ACC respecto del Análisis de Componentes Principales (ACP) o la regresión multivariante, es el hecho de enfocarse en la exploración simultánea de la relación existente entre dos conjuntos de variables multivariantes, estableciendo su interrelación. Adicionalmente identifica combinaciones lineales posibilitando maximizar su correlación con lo que se puede reducir la dimensionalidad del estudio preservando la información relevante. Por tanto, facilita el trabajo con conjuntos de datos grandes y complejos.

Partiendo de las ideas desarrolladas en párrafos anteriores y con la intención de ampliar más el conocimiento sobre concreto permeable adicionado con diferentes fibras, en el presente trabajo se

analizan 3 mezclas de concreto permeable: una mezcla control sin adición, una segunda mezcla adicionada con microfibras de polipropileno, y, por último, una mezcla adicionada con macrofibras de PET (Gómez Valdovinos et al. 2025).

El análisis de las propiedades mecánicas en un concreto permeable se vuelve más complejo comparado con un concreto hidráulico convencional debido a la heterogeneidad que adquiere por su estructura interna de poros interconectados y la escasa cantidad de pasta de cemento que une las aristas de los geomateriales agregados.

El objetivo de este estudio es definir adecuadamente las variables que delimitan y definen las propiedades mecánicas en un concreto permeable, para posteriormente, con dichas variables aplicar una técnica multivariada que permita un análisis distinto del material.

A pesar de las extensas investigaciones sobre concreto permeable, no hay evidencias de la aplicación de una técnica multivariada para su análisis; por ello, se hace un análisis más profundo de los resultados obtenidos en las pruebas mecánicas llevadas a cabo en concreto permeable adicionado con fibras a partir de la aplicación de la técnica multivariada ACC.

## 2. MATERIALES Y MÉTODOS

### 2.1 Materiales

Los materiales utilizados para elaborar el concreto permeable fueron agua, cemento Portland, únicamente grava o geomaterial grueso sin agregado fino, y un aditivo inclusor de aire, para poder obtener una mezcla trabajable:

- Agua potable.
- Cemento Portland Compuesto clase resistente 30 MPa resistencia rápida y Resistencia a Sulfatos (CPC 30 R RS) de acuerdo a la norma mexicana NMX-C-414-ONNCCE-2017 establecida por el Organismo Nacional de Normalización y Certificación de la Construcción y Edificación (ONNCCE) (ONNCCE 2017), equivalente a Tipo II de la clasificación presentada por la norma internacional ASTM C 150 (ASTM C150/C150M-24).
- Grava triturada de origen basáltico con tamaños comprendidos entre 19 mm (3/4”) y 4.76 mm (malla no. 4), granulometría homogénea, proveniente del banco de materiales “TRACSA” ubicado en el estado de Michoacán, México (Figura 1). Sus características se presentan en la Tabla 1.
- Aditivo inclusor de aire a base de tensoactivos sintéticos.
- PET molido en hojuelas con el mayor porcentaje de partículas que pasan la malla no. 4 y se retienen en la malla no. 8. Residuo colectado expofeso (Figura 1).
- Microfibras de polipropileno sintéticas estructurales para concreto con un tamaño de aproximadamente 20 mm de largo, 0.5 mm de ancho y 0.19 mm de espesor (Figura 1).



a) Grava Triturada



b) Hojuelas de PET



c) Microfibras

Figura 1. Materiales utilizados para la elaboración de las diferentes mezclas.

El diseño de la mezcla se hizo siguiendo los parámetros que indica el report on pervious concrete (ACI 2010) del Instituto Americano del Concreto (ACI), y siguiendo el procedimiento dictado en la norma ACI 211.3 (ACI 2002) para un concreto con revenimiento cero.

Tabla 1. Características del agregado geomaterial grueso

Material	Tamaño Máximo Nominal (T.M.N.)	Densidad	(Masa volumétrica seca compactada) MVSC	Absorción
	(pulg)	(kg/m <sup>3</sup> )	(kg/m <sup>3</sup> )	%
Grava	3/4"	2632.5	1675	1.50

Se prepararon 3 mezclas de concreto permeable con relación en masa agua/cemento de 0.4, y 6 ml de aditivo inclusor de aire por kilogramo de cemento. En la tabla 2 se proporcionan las dosificaciones necesarias de los diferentes materiales para la elaboración de 1 m<sup>3</sup> de cada mezcla. La mezcla testigo es denominada TP-6, la mezcla con PET TP-6PET, y la mezcla con microfibras TP-6M.

Tabla 2. Dosificaciones de materiales en las mezclas elaboradas

Mezcla	Cemento (kg/m <sup>3</sup> )	Grava (kg/m <sup>3</sup> )	Agua (kg/m <sup>3</sup> )	Aditivo (ml/m <sup>3</sup> )	PET (kg/m <sup>3</sup> )	Microfibras (kg/m <sup>3</sup> )
TP-6	271.423	1658.250	133.776	1628.538	-	-
TP-6PET	271.423	1658.250	133.776	1628.538	1.651	-
TP-6-M	271.423	1658.250	133.776	1628.538	-	1.651

Para las pruebas de resistividad eléctrica y resistencia a compresión, realizadas al concreto permeable, se elaboraron especímenes cilíndricos con 15 cm de diámetro y 30 cm de alto; especímenes cilíndricos de 10 cm de diámetro y 20 cm de alto para la prueba de tensión indirecta, así como prismas de 15 cm x 15 cm x 60 cm para llevar a cabo las pruebas de flexión y frecuencia de resonancia. Se colaron 3 especímenes para ser sometidos a las pruebas mecánicas mencionadas a cada una de las edades de 7, 14, 28, 90, 120 y 180 días.

## 2.2 Metodología para análisis físico mecánico

Para realizar la caracterización físico mecánica se realizaron las siguientes pruebas: resistividad eléctrica, RE; frecuencia de resonancia para obtener el módulo de elasticidad dinámico, Ed; compresión simple, f<sup>c</sup>; tensión indirecta, prueba brasileña o de Joao Carneiro, TI; y flexión en vigas, o módulo de ruptura, MR.

La prueba de resistividad eléctrica (RE) se llevó a cabo a partir del procedimiento e indicaciones dadas en la norma mexicana NMX-C-514-ONNCCE-2019 “Resistividad Eléctrica del Concreto Hidráulico” (ONNCCE 2019c) con la finalidad de complementar el análisis mecánico experimental con una prueba física al material en estudio, así la RE se incluyó en la caracterización experimental debido a que constituye un indicador físico sensible a la microestructura, continuidad de vacíos y contenido de humedad del concreto permeable. Aunque este tipo de concreto presenta una red porosa abierta, la RE permite identificar cambios asociados a la incorporación de fibras y a la modificación de la pasta cementante, aportando información complementaria a las pruebas mecánicas. Dado que el ACC requiere variables independientes y físicamente vinculadas para explicar la respuesta global del material, la RE resultó fundamental para fortalecer el análisis integrador de las propiedades estudiadas. Con el procedimiento establecido por la norma NMX-C-089-ONNCCE-2019 “Determinación de las frecuencias fundamentales, transversales, longitudinales y torsionales de especímenes de concreto” (ONNCCE 2019a) se llevó a cabo la

prueba de frecuencia de resonancia para conocer el módulo de elasticidad dinámico en las 3 mezclas. La resistencia a la compresión se obtuvo con las especificaciones dictadas en la norma mexicana NMX-C-083-ONNCCE-2014 “Determinación de la resistencia a la compresión” (ONNCCE 2014). Con el método indicado en la norma NMX-C-163-ONNCCE-2019 “Determinación de la resistencia a la tensión por compresión diametral de cilindros de concreto-método de ensayo” (ONNCCE 2019b). El módulo de ruptura de cada una de las mezclas se cuantificó con el método de tres puntos usando una viga con carga aplicada en el tercio medio del claro, de acuerdo a la norma NMX-C-191-ONNCCE-2015 “Determinación de la resistencia a la flexión del concreto usando una viga simple con carga en los tercios del claro (ONNCCE 2015).

### 2.3 Metodología de análisis multivariado

El desarrollo del método multivariado Análisis de Correlación Canónica, matemáticamente hablando, fue desarrollado por Hotelling en 1936 (Hotelling 1936). A continuación, se desarrolla en los siguientes párrafos una adaptación del método original (Ouarda et al. 2001):

Si consideramos que las variables independientes se agrupan en una matriz  $X = (x_1, x_2, \dots, x_p)$  y las variables dependientes en otra matriz denominada  $Y = (y_1, y_2, \dots, y_q)$ , se pueden definir las variables compuestas  $U$  y  $W$ , llamadas variables canónicas, una forma de variables latentes, que correlacionan a los dos conjuntos de variables mencionadas, y se definen como la combinación lineal del conjunto de variables originales. Para obtener las variables canónicas que representarán la combinación lineal con su máxima varianza es necesario realizar el producto de la transpuesta de unos vectores de peso  $a = (a_1, a_2, \dots, a_p)$  y  $b = (b_1, b_2, \dots, b_q)$  por las matrices de variables dependientes e independientes, respectivamente, como se muestra en las fórmulas (1) y (2).

$$U = (a_1, a_2, \dots, a_p)(x_1, x_2, \dots, x_p) = a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_px_p = a^T x \quad (1)$$

$$W = (b_1, b_2, \dots, b_q)(y_1, y_2, \dots, y_q) = b_1y_1 + b_2y_2 + \dots + b_qy_q = b^T y \quad (2)$$

Como la matriz de varianzas-covarianzas de tamaño  $p \times q$  que corresponden a ambos conjuntos es simétrica, las matrices de covarianza existente entre los conjuntos de variables independientes respecto de las dependientes cumplen que  $C_{YX} = C_{XY}^T$ , por lo que el coeficiente de correlación canónica será:

$$\text{corr}(U, W) = \frac{\text{cov}(U, W)}{\sqrt{\text{var}(U)}\sqrt{\text{var}(W)}} = \frac{a^T C_{XY} b}{\sqrt{a^T C_{XX} a} \sqrt{b^T C_{YY} b}} \quad (3)$$

Debido a que la ecuación (3) se trata de una función racional con radicales en su denominador, para encontrar su solución es necesario que  $\text{var}(U) = a^T C_{XX} a$  y  $\text{var}(W) = b^T C_{YY} b$  sean iguales a 1 considerando respectivamente las varianzas de los conjuntos de variables independientes ( $C_{XX}$ ) y dependientes ( $C_{YY}$ ).

Lo anterior implica dos restricciones de normalización, además de que su solución se debe hacer de tal manera que se favorezca su maximización. Si se aplica el método de multiplicadores de Lagrange para maximizar la ecuación anterior con ambas restricciones,  $\tau_1$  y  $\tau_2$  representan los coeficientes escalares que ponderan ambos términos. Siendo necesario resolver la ecuación Lagrangiana siguiente:

$$L(a, b) = a^T C_{XY} b - \tau_1(a^T C_{XX} a - 1) - \tau_2(b^T C_{YY} b - 1) \quad (4)$$

Dado que ambas restricciones de normalización requieren cumplirse simultáneamente, los coeficientes escalares deberán presentar la misma magnitud asociándose con un autovalor  $\lambda$  que define la transformación lineal respectiva, dado el hecho de que se trata de optimizar la ecuación 4, misma que está conformada por matrices cuadradas.

Al obtener los gradientes multivariados de ambos conjuntos de variables, la función Lagrangiana genera las ecuaciones (5) y (6), cuyas soluciones permiten obtener los vectores de peso  $a$  y  $b$ .

$$C_{YY}^{-1} C_{XY}^T C_{XX}^{-1} C_{XY} b - \lambda^2 b = 0 \quad (5)$$

$$C_{XX}^{-1} C_{XY} C_{YY}^{-1} C_{XY}^T a - \lambda^2 a = 0 \quad (6)$$

Para el caso particular del presente trabajo, el cálculo de los vectores de peso  $a = (a_1, a_2, \dots, a_p)$  y  $b = (b_1, b_2, \dots, b_q)$  se realizó empleando el software “STATISTICA”, el cual analiza la información, la procesa y arroja factores que sólo necesitan ser desestandarizados y desnormalizados para definir los vectores de peso  $a$  y  $b$ , siendo éstos la parte medular del procedimiento al momento de definir la ecuación lineal que correlaciona todas las variables en análisis.

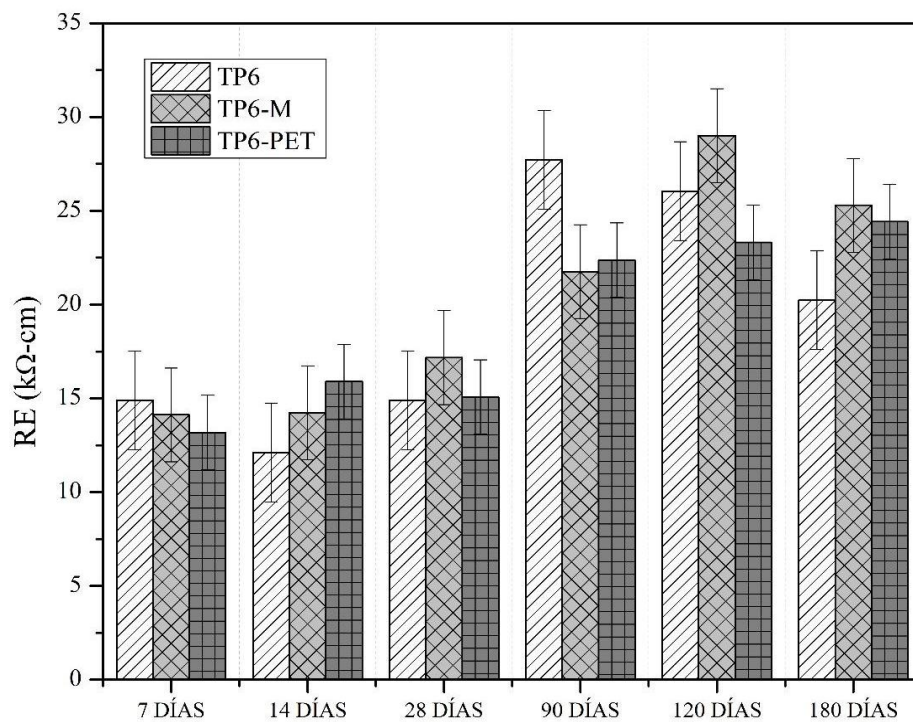
#### 2.4 Definición de variables para análisis multivariado

En el presente trabajo las variables dependientes quedaron definidas por los resultados de las pruebas físico-mecánicas llevadas a cabo en los especímenes de cada mezcla, es decir, resistividad eléctrica, módulo de elasticidad dinámico, resistencia a compresión, tensión indirecta y módulo de ruptura; dichos resultados se registraron en la Tabla 3. El grupo de variables independientes (Tabla 3) estará conformado por 2 variables: una que define la edad de prueba (7 días, 14 días, 28 días, 90 días, 120 días o 180 días) llamada Edad, y otra que define el tipo de mezcla 1, 2 o 3 (1-TP6, 2-TP6M, 3-TP6PET) que fue denominada T-add. La definición de esta última variable se llevó a cabo con la finalidad de incluir el tipo de adición en el Análisis de Correlación Canónica para verificar si las fibras adicionadas tienen influencia en las propiedades mecánicas de un concreto permeable, siendo así que se optó por utilizar valores cuantitativos (1, 2 y 3) para definir cada mezcla realizada. La matriz de datos que contiene la unión de las variables dependientes e independientes creada para llevar a cabo el análisis se encuentra en la Tabla 4 ubicada en “Resultados”, puesto que fue definida con los resultados de las pruebas físico mecánicas llevadas a cabo a las tres mezclas elaboradas en las edades de prueba establecidas.

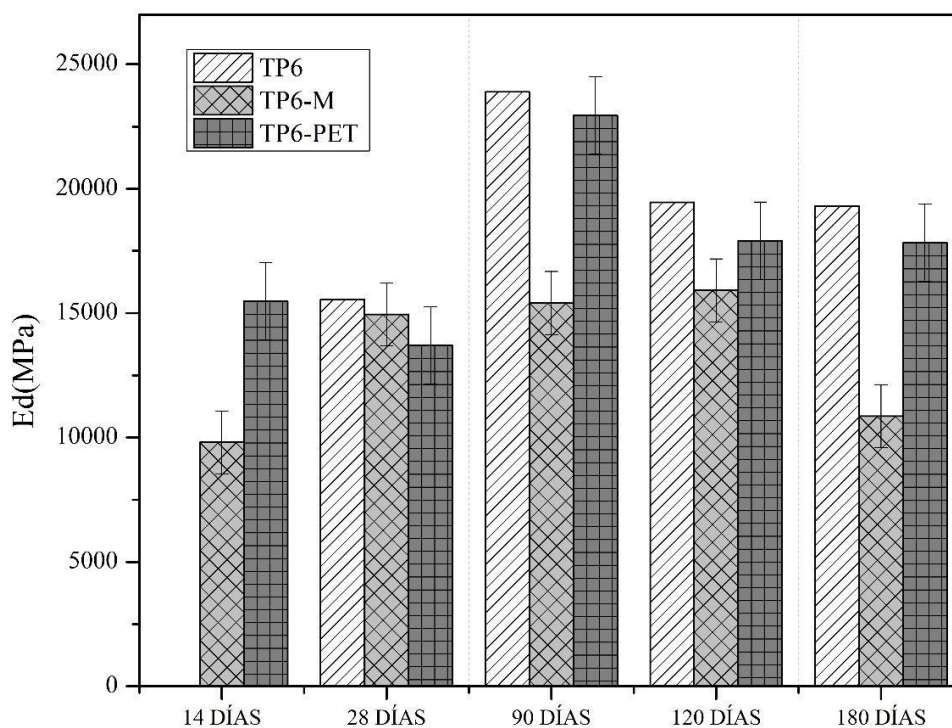
### 3. RESULTADOS Y DISCUSIONES

#### 3.1 Análisis físico mecánico

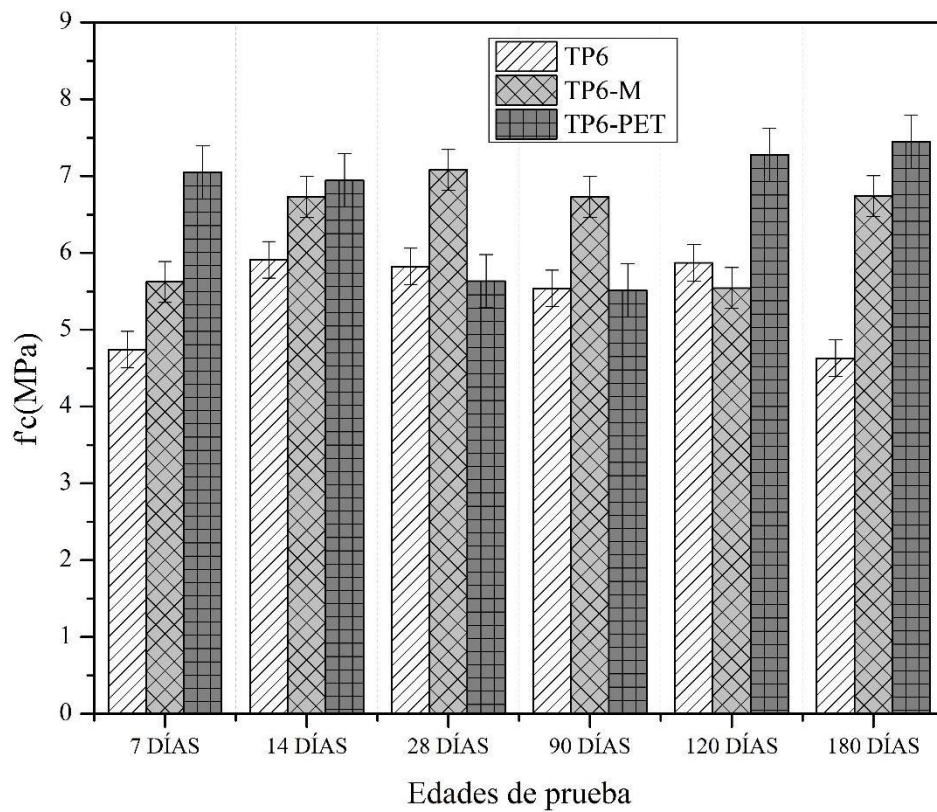
#### 3.2



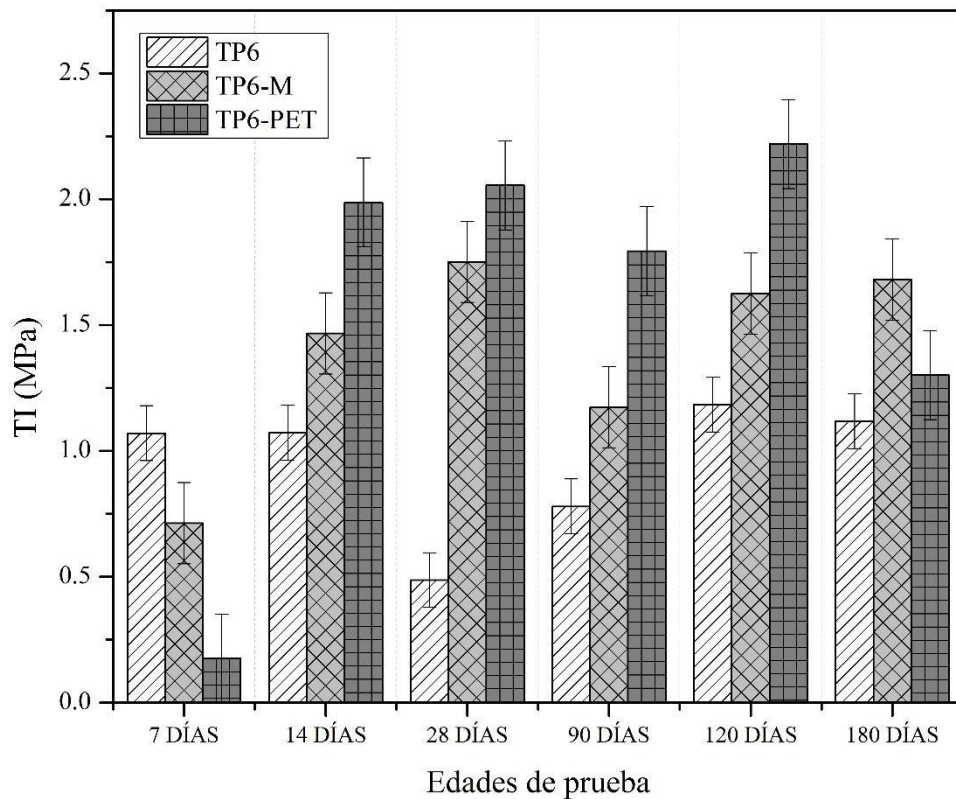
Edades de prueba  
a) Resistividad Eléctrica



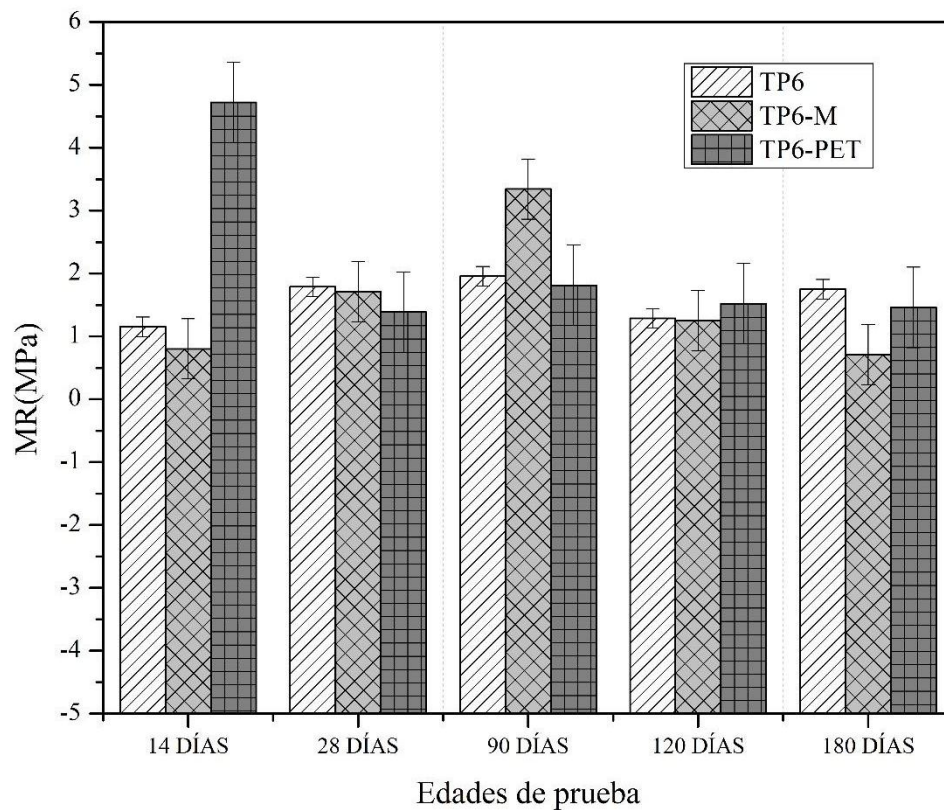
Edades de prueba  
b) Módulo de Elasticidad.



c) Resistencia a Compresión



d) Tensión Indirecta



e) Módulo de Ruptura a Flexión  
Figura 3. Resultados de pruebas mecánicas

Tabla 3. Definición de variables dependientes y variables independientes

Nombre	Definición	Descripción	Unidad	Obtención	Tipo (Discreta o Continua)	Tipo (Métrica o no Métrica)
<b>Variables dependientes</b>						
Resistividad Eléctrica	RE	Propiedad eléctrica de un material que mide su capacidad para oponerse al flujo de una corriente eléctrica	kΩ-cm	A partir de la norma NMX-C-514-ONNCCE-2019, con un Resistómetro	Continua	Métrica
Módulo elasticidad dinámico	Ed	La frecuencia de resonancia fundamental de un espécimen de concreto se obtiene con el propósito de calcular el módulo de elasticidad dinámico de Young	MPa	A partir de la norma NMX-C-089-ONNCCE-2019, utilizando un e-meter	Continua	Métrica

Resistencia a compresión	$f_c$	La resistencia a la compresión es la oposición que presenta un espécimen bajo una carga axial expresada como la fuerza por unidad de área	MPa	A partir de la norma NMX-C-083-ONNCCE-2014, con la máquina universal Forney	Continua	Métrica
Resistencia tensión	TI	El esfuerzo unitario máximo que un material es capaz de resistir bajo una carga de tensión axial se denomina resistencia a la tensión	MPa	A partir de la norma NMX-C-163-ONNCCE-2019, con la máquina universal Forney	Continua	Métrica
Resistencia flexión	MR	El módulo de ruptura a la flexión es el valor obtenido mediante la aplicación de carga normal al eje que provoca flexocompresión en las fibras del elemento prismático simplemente apoyado	MPa	A partir de la norma NMX-C-191-ONNCCE-2015, con la máquina universal Forney	Continua	Métrica

#### Variables independientes

Edad de prueba	Edad	Días después del colado a los cuales se llevaron a cabo las diferentes pruebas	S/U	S/M	Discreta	No métrica (nominal)
Tipo de mezcla	T-add	Tipo de mezcla de acuerdo a su adición (PET o microfibras)	S/U	S/M	Discreta	No métrica (nominal)

Una vez llevadas a cabo todas las pruebas físico mecánicas a las edades de prueba definidas, se obtuvieron los resultados que se muestran en la Figura 3. La tendencia presentada con respecto al tiempo por parte de los resultados de resistividad eléctrica difiere en cada mezcla (Figura 3a). La mezcla sin adición no presenta una tendencia definida conforme aumenta la edad de prueba; en primera instancia disminuye el valor de resistividad, sin embargo, aumenta a partir de la tercera edad, y vuelve a disminuir a partir de los 120 días, terminando con una resistividad de 20.23 kΩ-cm a la edad de 180 días; por su parte, la mezcla con microfibras tiene una tendencia ascendente primero, terminando con una tendencia decreciente y con una mayor resistividad en la penúltima edad de prueba; solo la mezcla con PET se mantiene con tendencia constante y ascendente, finalizando con el mayor valor de resistividad a los 180 días igual a 24.42 kΩ-cm. Los valores del módulo de elasticidad dinámico que se encontraron a partir de la prueba de resonancia magnética

están graficados en la Figura 3b. Todas las mezclas presentan la misma tendencia una vez que se llega a edades tardías. El mayor valor del módulo de elasticidad dinámico para las mezclas TP6 y TP6-PET se obtuvo a los 90 días de prueba, edad a partir de la cual éste parámetro disminuyó conforme aumentó el tiempo de prueba. Los valores más altos están representados por la mezcla TP-6, con un valor máximo de 23,887 MPa a los 90 días y un valor mínimo de 19,306 MPa a los 180 días de prueba. Los valores más bajos son de la mezcla TP6-M, con 10,854 MPa de módulo elástico dinámico a 180 días. La mezcla con microfibras mantuvo un valor relativamente constante en todas las edades de prueba, sin embargo, los valores menores del módulo de elasticidad en la mezcla se encuentran en la primera y la última edad de prueba.

La resistencia a la compresión es la propiedad índice para caracterizar un concreto sin refuerzo. De los resultados obtenidos sobre esta propiedad para el material elaborado en este trabajo de investigación, destaca, en primer lugar, que la mezcla sin adición tiene una reducción de la resistencia a compresión a partir de los 14 días conforme aumenta la edad de prueba, presentando una resistencia a compresión de 4.63 MPa a la edad de 180 días, siendo éste el promedio por edad más bajo de resistencia encontrado en las tres mezclas. La mezcla con microfibras presenta los resultados medios en la mayoría de las edades, con valores de resistencia a compresión que no varían mucho en las diferentes edades de prueba, en comparación con las otras dos mezclas. Por su parte, la mezcla con PET, aunque presenta una tendencia decreciente en las edades de prueba tempranas (7, 14 y 28 días), termina con una tendencia completamente ascendente y tiene los valores más altos en cuatro de las seis edades de prueba, incluyendo la última (Figura 3c). Los resultados de la prueba de tensión indirecta se encuentran en la Figura 3d. La mezcla control tiene un comportamiento decreciente hasta los 28 días, a partir de donde inicia a incrementarse el valor de TI, presentando un valor de 1.12 MPa. El menor valor de resistencia a tensión es para la mezcla TP-6, después para la TP6-M, y el valor máximo lo tienen los datos del espécimen con PET, con excepción de la última edad de prueba. La mezcla con microfibras no presenta una tendencia en específico, y en la mezcla TP6-PET, a los 180 días de prueba los valores disminuyen con respecto a los 120 días, sin embargo, los valores obtenidos para la resistencia a tensión de las dos mezclas con fibras (microfibras y PET) son mayores que las de la mezcla control sin adición, para todas las edades de prueba. Revisando los valores de MR calculados a partir de la prueba de flexión y que se graficaron en la Figura 3e, la mezcla TP6-M tiene su valor mayor a los 90 días con 3.34 MPa, no obstante, en 120 y 180 días disminuye considerablemente la resistencia, llegando a ser menor que las otras dos mezclas con un módulo de ruptura de 0.71 MPa. El mejor comportamiento en esta prueba lo tiene la mezcla TP6-PET, ya que su MR se mantiene con poca variación en las 3 últimas edades de prueba.

Como se describió en los párrafos anteriores, en todas las propiedades analizadas experimentalmente se encontró una variabilidad en los datos referentes a cada una de las mezclas. Un concreto permeable es un material más heterogéneo que un concreto convencional, puesto que presenta una cohesividad menor entre agregados a la de un concreto convencional, debido principalmente, a la poca área de contacto entre dichos agregados por la cantidad reducida de pasta de cemento y poco o nada de uso de agregados finos. Además, como el material pétreo que se utiliza en la elaboración de dicho material es de tamaño grande, el acomodo de las partículas es difícil de controlar en las probetas. Por lo tanto, especímenes elaborados con una misma mezcla, pero con acomodo de partículas diferentes y mucha heterogeneidad, presentan características variables.

La incorporación de microfibra en el concreto permeable en análisis reportó un aumento de la resistencia a compresión en un 46% con respecto al testigo en la última edad de prueba, así como un incremento del 50% de la resistencia a tensión. Esta mejora que presenta la mezcla con microfibra es mayor a la reportada en la investigación de J. T. Kevern et. al (2017) quienes reportaron que la resistencia a la compresión y tensión del concreto convencional que adicionaron

con fibras no tuvo afectaciones significativas. Por su parte, la incorporación de PET en el concreto permeable incidió con un aumento del 61% de su resistencia a compresión, en la última edad de prueba, con respecto al concreto permeable testigo; y un incremento del 16% en la resistencia a tensión. T. K. M. Ali et. al. (2020) reportaron que la adición de 2% de PET en un concreto permeable redujo la resistencia a compresión en un 72%, siendo el 0.75% el porcentaje óptimo para obtener valores suficientes de resistencia; contrastando estos resultados con los obtenidos en la presente investigación en donde se adiciona el 0.08% de PET a un concreto permeable, se infiere que los porcentajes de sustitución óptimos deben ser bajos, puesto que la adición del 0.08% de PET en el concreto permeable elaborado presentó un incremento de la resistencia a compresión y tensión del material. Lo anterior supone una de las limitaciones del estudio, puesto que la incorporación del residuo se encuentra en un porcentaje bajo, sin embargo, se espera que en construcciones masivas este porcentaje se vuelva significativo.

### 3.3 Análisis multivariado

La matriz de datos inicial que necesita el método multivariado elegido para iniciar el análisis se creó con todos los resultados de las pruebas realizadas a los diferentes especímenes, y se presenta en la Tabla 4. Un aspecto importante a considerar es que la técnica no procesa aquellos casos en donde la información para todas las variables consideradas no está completa, por lo tanto, dentro del análisis de correlación canónica no se utilizaron los resultados obtenidos en las dos primeras edades de prueba para la mezcla TP-6, ni la primera edad de prueba para las mezclas TP6-M y TP6-PET, ya que no se obtuvieron ni el módulo de elasticidad ni el módulo de ruptura.

Tabla 4. Matriz de datos para análisis multivariado.

<i>Variables independientes</i>		<i>Variables dependientes</i>				
<i>Edad (días)</i>	<i>T-add (adm)</i>	<b>RE (kΩ-cm)</b>	<b>Ed (kgf/cm<sup>2</sup>)</b>	<b>f'c (kgf/cm<sup>2</sup>)</b>	<b>TI (kgf/cm<sup>2</sup>)</b>	<b>MR (kgf/cm<sup>2</sup>)</b>
28	1.00	14.90	158554.40	59.35	4.97	18.23
90	1.00	27.72	243587.87	56.46	7.95	19.94
120	1.00	26.05	198374.40	59.85	12.08	13.10
180	1.00	20.23	196876.41	47.21	11.41	17.83
14	2.00	14.23	99995.88	68.59	14.96	8.15
28	2.00	17.17	152455.61	72.18	17.86	17.40
90	2.00	21.76	157122.68	68.60	11.96	34.07
120	2.00	29.01	162272.60	56.51	16.57	12.71
180	2.00	25.30	110686.68	68.69	17.14	7.23
14	3.00	15.90	157735.78	70.80	20.26	48.10
28	3.00	15.07	139682.57	57.42	20.95	14.12
90	3.00	22.37	233878.59	56.22	18.29	18.48
120	3.00	23.31	182632.14	74.16	22.62	15.50
180	3.00	24.42	181707.95	75.94	13.27	14.88

Una vez realizado el análisis canónico, es posible verificar la correlación estadística entre variables, como la correlación de Pearson, con una correlación entre variables independientes (Tabla 5), una correlación entre variables dependientes (Tabla 6) y una correlación entre ambos grupos (Tabla 7).

Tabla 5. Correlación entre las variables independientes.

<b>Variable</b>	<b>Edad</b>	<b>T-add</b>
<b>Edad</b>	1.0000	0.0000
<b>T-add</b>	0.0000	1.0000

Tabla 6. Correlación entre variables independientes contra las dependientes.

<b>Variable</b>	<b>RE</b>	<b>Ed</b>	<b>f'c</b>	<b>TI</b>	<b>MR</b>
<b>Edad</b>	1.0000	0.4879	-0.1243	-0.1068	-0.2424
<b>T-add</b>	0.4879	1.0000	-0.4250	-0.2585	0.1577

Tabla 7. Correlación entre variables dependientes.

<b>Variable</b>	<b>RE</b>	<b>Ed</b>	<b>f'c</b>	<b>TI</b>	<b>MR</b>
<b>RE</b>	1.0000	0.4879	-0.1243	-0.1068	-0.2424
<b>Ed</b>	0.4879	1.0000	-0.4250	-0.2585	0.1577
<b>f'c</b>	-0.1243	-0.4250	1.0000	0.3682	0.1575
<b>TI</b>	-0.1068	-0.2585	0.3682	1.0000	0.0581
<b>MR</b>	-0.2424	0.1577	0.1575	0.0581	1.0000

En los resultados, una correlación de 100% es representada con 1.000, mientras que una proporción inversa se representa con -1.000. Las dos variables que son independientes en el análisis son la edad de prueba y el tipo de adición en las mezclas, la correlación entre estas variables independientes no debe de existir, puesto que son cuestiones definidas en el programa experimental (siendo esta misma la razón por la que fueron definidas como variables independientes), por ello, en la correlación de dichas variables en la Tabla 5 se puede observar cómo estas variables no están relacionadas entre sí, es decir, la edad de prueba no está relacionada con el tipo de mezcla. Como se muestra en la Tabla 7, en la correlación de variables dependientes, todos los valores de la traza de la matriz son 1.000 porque es la correlación de las variables con ellas mismas; fuera de eso, lo único destacable es que la resistencia a compresión ( $f'c$ ) tiene una ligera relación con la tensión indirecta (TI) y la resistividad eléctrica (RE) con el módulo de elasticidad dinámico (Ed); por otro lado, la resistividad eléctrica (RE) y el módulo de ruptura (MR) presentan una ligera correlación inversa, con un valor de correlación negativo, puesto que en las edades con mayor RE se encuentran los valores de MR más bajos. Así mismo, si el  $f'c$  o TI aumentan, el Ed disminuye, pudiendo deberse a que, aun cuando se tengan resistencias de compresión o tensión altas, el concreto elaborado sigue siendo poco rígido (por esto presenta un módulo de elasticidad bajo) debido a la poca fuerza de unión entre los agregados y la poca pasta de cemento. Con el análisis de correlación de variables independientes contra variables dependientes mostrado en la Tabla 6 se observó lo siguiente:

1. La variable independiente “Edad” tiene relación con las variables RE (Resistividad Eléctrica) y MR (Módulo de Ruptura). La información obtenida indica que cuando la edad aumenta, el valor de RE aumenta y el MR disminuye.
2. Para la variable independiente T-add (Tipo de adición) se encontró que está relacionada directamente y de manera general con las variables dependientes TI (Tensión Indirecta) y  $f'c$  (Resistencia a la Compresión), y en proporción menor, con el MR (Módulo de Ruptura). Los resultados muestran que valores más grandes de T-add aumentan tanto el  $f'c$  como la tensión indirecta, es decir las mezclas que tienen adición de microfibras o PET muestran valores más altos que la muestra control sin adición (a la muestra sin adición se le dio un valor de 1 para la variable T-add, a la muestra con microfibra se le dio un valor de 2 y a la muestra con PET un valor de 3). Esto se corrobora con la figura

3d, en donde se observa que, en todas las edades, excepto a los 7 días, el valor de TI es mayor para las mezclas con adiciones que en la mezcla control, siendo la edad un factor que no influye en este escenario.

Con las variables canónicas calculadas por el software STATISTICA se creó el gráfico de dispersión de la figura 4. Para la creación de dicho gráfico, de los dos autovalores encontrados ( $\lambda_1=0.781691$ ,  $\lambda_2=0.512213$ ) se eligió el primero el cual propicia el mayor valor de correlación canónica. La ecuación que representa la línea de tendencia de los datos graficados es:

$$Y = -3.4059E - 9 + 0.8841X \quad (7)$$

De acuerdo con las ecuaciones 1 y 2, la variable canónica  $X(U)$  está conformada por el vector de pesos  $\mathbf{a}$  y el conjunto de variables independientes  $\mathbf{x}$ , así como a la variable canónica  $Y(W)$  le corresponden el vector de peso  $\mathbf{b}$  y el conjunto de variables dependientes  $\mathbf{y}$ .

En la Tabla 8 se presentan los valores que componen los dos vectores de peso y los dos conjuntos  $\mathbf{x}$  y  $\mathbf{y}$  que integran a las variables canónicas para conformar la ecuación lineal.

Tabla 8. Definición de vectores de peso y variables que constituyen la ecuación de correlación lineal para  $\lambda_1=0.781691$ .

Variable canónica independiente $X(U) = a^T x$		Variable canónica dependiente $Y(W) = b^T y$	
$\mathbf{a} = (\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2)$	$\mathbf{x} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$	$\mathbf{b} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3, \mathbf{b}_4, \mathbf{b}_5)$	$\mathbf{y} = (\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \mathbf{y}_3, \mathbf{y}_4, \mathbf{y}_5)$
$(-0.3256046, 0.9084772)$	(Edad, T-add)	$(-0.4187563, 0.2575633, 0.3322778, 0.7624729, 0.0984120)$	(RE, Ed, f'c, TI, MR)

Por tanto, la ecuación 7) también se puede expresar como:

$$0.4187563 RE + 0.2575633 Ed + 0.3322778 f'c + 0.7624729 TI + 0.0984120MR = -3.4059E - 9 + 0.8841(-0.3256046 Edad + 0.9084772 T - add) \quad (8)$$

Los valores de los ejes cartesianos en la gráfica representan la mejor combinación lineal de las variables dependientes  $(-0.4187563 RE + 0.2575633 Ed + 0.3322778 f'c + 0.7624729 TI + 0.0984120MR)$  respecto a las variables independientes  $(-0.3256046 Edad + 0.9084772 T-add)$  considerando el primer autovalor  $\lambda$  resultado del proceso que define la transformación lineal respectiva, es decir que esta ecuación es una función que integra todas las propiedades obtenidas en el análisis experimental de la investigación.

Es relevante mencionar que el módulo de los coeficientes de peso indica qué variable tiene una mayor incidencia en la combinación lineal propuesta con las variables canónicas  $\mathbf{X}$  y  $\mathbf{Y}$ . Por otro lado, el signo positivo o negativo indica la dirección de la relación existente entre cada variable original con la combinación canónica, así, un coeficiente positivo indica que a medida que la variable  $x_i$  aumenta, la variable canónica  $U_i$  también lo hará, y un coeficiente negativo indica la relación inversa. Considerando este punto, los resultados de los vectores de peso sugieren que f'c, TI y RE tienen la mayor incidencia en la variable canónica dependiente con respecto a la variable independiente (que contiene las variables Tadd y Edad), siendo una relación en el mismo sentido cuando se trata de f'c y TI, mientras que la incidencia de RE se muestra negativa. En la variable

canónica independiente, el tipo de adición T-add es el componente que mayor impacto tiene. Señalando, por tanto, que el tipo de adición (T-add) tiene una mayor influencia sobre la respuesta de la resistencia a tensión indirecta y resistencia a compresión que en el caso de la resistividad eléctrica de las mezclas. Del gráfico de dispersión creado con las dos variables canónicas (Figura 2) se obtiene el valor de  $R = \lambda$  canónica para el análisis creado, es el valor de correlación canónica entre los dos conjuntos de variables usadas en el análisis (conjunto de variables independientes y conjunto de variables dependientes), es decir, representa de manera numérica la correlación lineal entre dichos conjuntos (Hotelling 1936). El valor oscila entre 0 y 1, donde 0 indica ausencia de correlación y 1 una correlación perfecta. Como el valor de la correlación para el análisis llevado a cabo en este estudio es de 0.7817, el % de reproducción que se puede lograr a partir de las variables canónicas encontradas con el análisis de correlación realizado y, por ende, con la ecuación que integra las cinco propiedades analizadas experimentalmente es del 78.17%, siendo un porcentaje de reproducibilidad prometedor, presentando una oportunidad de definir o proyectar alguna propiedad específica del material en estudio (previamente establecida como variable de la ecuación). Por su parte, si se calcula la correlación de Pearson, el resultado de  $R^2$  es de 0.7817, siendo básicamente el mismo que R canónica. Para verificar el nivel de reproducibilidad que da la ecuación lineal de correlación encontrada, se calculó con ella la resistividad eléctrica para todas las mezclas en todas las edades de prueba. La igualdad que se expresa en la ecuación (8) representa la línea de mejor correlación lineal entre los valores de las variables canónicas, es por esto que con ella se puede establecer una estimación de una variable dependiente, a partir de las demás variables dependientes y de las variables independientes dentro de las variables canónicas X (U) y Y(W). Los valores de RE estimados con la ecuación lineal, así como los valores de RE obtenidos a partir de la prueba de laboratorio se muestran en la Tabla 9. También se agrega una columna con el porcentaje de error entre el valor encontrado en experimentación y el estimado.

Tabla 9. Comparación entre resistividad eléctrica real y resistividad eléctrica estimada a partir de la ecuación de correlación lineal.

Edad (días)	T-add (adm)	Actual RE (k $\Omega$ -cm)	Estimated RE (k $\Omega$ -cm)	% reproducción	% error
28	1.00	14.90	8.98	60%	39.7%
90	1.00	27.72	23.22	84%	16.2%
120	1.00	26.05	29.78	86%	14.3%
180	1.00	20.23	26.44	69%	30.7%
14	2.00	14.23	13.41	94%	5.7%
28	2.00	17.17	26.20	47%	52.6%
90	2.00	21.76	19.47	89%	10.5%
120	2.00	29.01	21.91	76%	24.5%
180	2.00	25.30	27.43	92%	8.4%
14	3.00	15.90	21.30	66%	34.0%
28	3.00	15.07	11.92	79%	20.9%
90	3.00	22.37	17.66	79%	21.0%
120	3.00	23.31	31.35	66%	34.5%
180	3.00	24.42	18.36	75%	24.8%

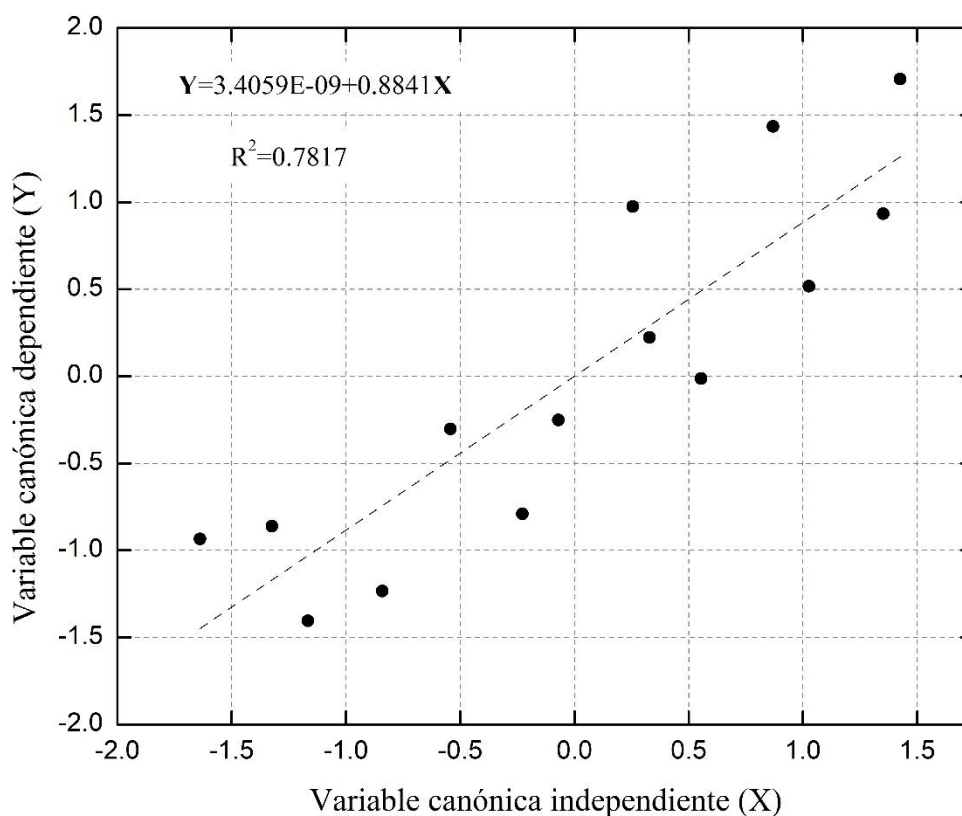


Figura 4. Gráfico de dispersión creado con las variables canónicas X y Y considerando  $\lambda_1 = 0.781691$ .

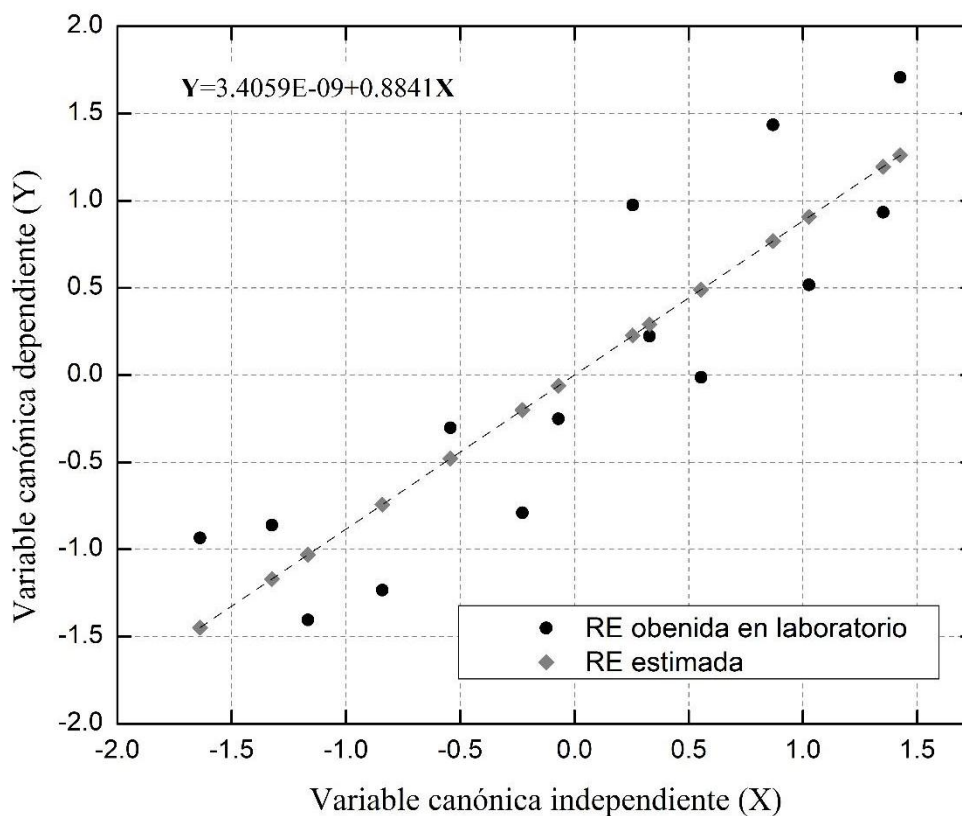


Figura 5. Gráfico de dispersión para comparar valores de RE (Resistividad Eléctrica) estimados contra valores de RE obtenidos en laboratorio.

La reproducibilidad que se obtuvo para la propiedad de resistividad eléctrica en el concreto permeable analizado, a partir de la ecuación lineal de correlación obtenida con ACC se encuentra arriba del 50%. Finalmente, en la Figura 5, al gráfico original con las dos variables canónicas, se le añadió la serie que contiene los valores de RE estimados, siendo muy clara la uniformidad que siguen los datos de esta última serie, ya que fueron calculados con la ecuación de la línea de tendencia de los datos originales. Los trabajos que emplean ACC en el estudio de concretos permeables son poco comunes en la literatura, no obstante, permiten explorar cómo las propiedades del concreto permeable como son su composición, características físicas y comportamiento ante distintas condiciones están correlacionadas con propiedades como su permeabilidad, resistencia al agua y particularmente la capacidad de filtración, siendo entonces que se puede establecer la tendencia del comportamiento a largo plazo respecto de las propiedades mecánicas, dando sustento al diseño de la mezcla, considerando la composición y granulometría de los agregados, la relación agua/cemento, la densidad, la incorporación de fibras, PET u otros materiales.

#### 4. CONCLUSIONES

La adición de fibras en un concreto permeable incrementó su respuesta ante la aplicación de cargas compresivas puntuales, esto se constata con el aumento de resistencia a compresión que mostraron las dos mezclas adicionadas, tanto con microfibra como con PET, con respecto a la mezcla sin adición. Con los resultados menores del módulo de elasticidad dinámico, se pudo comprobar que la durabilidad del concreto permeable es menor que la de un concreto hidráulico convencional; debido a que este módulo es una medida de la rigidez del material, y su capacidad de recuperación elástica contribuyendo a su estabilidad y durabilidad, y cómo los valores obtenidos para el material elaborado son inferiores a los valores típicos de concreto convencional, se concluye que la durabilidad será menor. Los datos obtenidos sobre el módulo de ruptura siguen la misma tendencia que la elasticidad dinámica. Las mezclas TP6-M y TP6-PET mostraron un mejor comportamiento ante esfuerzos de tensión que la mezcla control TP6. Existe una relación directa entre la resistencia a compresión y la resistencia a tensión del concreto permeable. La resistencia a la tensión indirecta en la mezcla de concreto con PET es el 16%-35% de la resistencia a compresión. Para las mezclas TP6 y TP6-M, la tensión indirecta se encuentra en el rango del 15% al 30% de su resistencia a compresión. La aplicación de la técnica Análisis de Correlación Canónica en el material analizado en este trabajo tuvo relevancia para su análisis, ya que fue más sencillo interpretar los resultados de las pruebas mecánicas en el material elaborado, así como identificar la relación existente entre las 7 variables examinadas. El uso de metodologías alternativas a las convencionales para llevar a cabo el análisis de comportamiento mecánico se presenta como una gran oportunidad en el área de materiales; la técnica de correlación canónica, de manera particular, permite identificar asociaciones en la correlación lineal de múltiples variables, siendo posible definir una propiedad mecánica específica (previamente definida como una variable en el análisis) a partir de la ecuación de correlación lineal que genera la técnica. Ésta última idea se puede extender a una propiedad de durabilidad en concreto hidráulico o en cualquier material en donde exista relación entre ciertas propiedades. Si se lleva a cabo un análisis de durabilidad de manera indirecta en edades tempranas con la técnica de ACC, se abre la oportunidad de estimar la durabilidad del material a una edad tardía, en estudios que, como en éste, no sea posible llevar a cabo una medición directa de la durabilidad del material y solo sea posible realizar algunas pruebas físicas con las que se pueda estimar de manera indirecta la durabilidad en el material.

## 5. AGRADECIMIENTOS.

Los autores agradecen el soporte de la Coordinación de la Investigación Científica de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, CIC-UMSNH; de la SECIHTI, Secretaría de Ciencia, Humanidades, Tecnología e Innovación, con los Proyectos de Ciencia de Frontera de Grupo, CF-2023-G-985, con el de Investigadores Consolidados, CBF 2023-2024-1613, y el PRONACE 321260; del ICTI, Instituto de Ciencia Tecnología e Innovación del Gobierno del Estado de Michoacán con los Apoyos a las Capacidades Científicas; y el soporte técnico y humano del Laboratorio Ing. Luis Silva Ruelas del Departamento de Materiales de la Facultad de Ingeniería Civil de la UMSNH.

## 6. REFERENCIAS

- ACI. 2002. “ACI 211.3, *Standard Practice for Selecting Proportions for No-Slump Concrete.*”
- ACI. 2010. “ACI 522R. *Report on Pervious Concrete.*”
- ASTM International. 2012. “*ASTM C 150, Standard Specification for Portland Cement.*”
- B.C. Matías Castillo, M. de L. Sandoval Solís, G. Linares Fleites, H. J. Reyes Cervantes. 2017. “*Análisis de Correlación Canónica Usando Algoritmos Genéticos.*” *Revista Investigación Operacional* 38 (1): 1–13.
- Badii, M. H., and J. Castillo. 2017. “*Análisis de Correlación Canónica (ACC) e Investigación Científica.*” *Revista Innovaciones de Negocios* 4 (8): 405–22. <https://doi.org/10.29105/rinn4.8-9>
- Blancas-Herrera, Victor Hugo, Wilfrido Martínez-Molina, Hugo Luis Chavez-Garcia, Jorge Alberto Pacheco-Segovia, Sandra del Carmen Argüello-Hernández, Noel Díaz-González, Hypatia Mariana Cruz-Reyes, Elia Mercedes Alonso-Guzmán, and Rosalia Ruiz Ruiz. 2020. “*Evaluation of the Mechanical Strength of a Concrete Modified with PET Fibers from Post-Consumer Bottles.*” *Key Engineering Materials* 862 (September): 66–71. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.862.66>
- Chandrappa, Anush K., and Krishna Prapoorna Biligiri. 2016. “*Pervious Concrete as a Sustainable Pavement Material – Research Findings and Future Prospects: A State-of-the-Art Review.*” *Construction and Building Materials* 111 (May): 262–74. <https://doi.org/10.1016/J.CONBUILDMAT.2016.02.054>.
- D. Díaz, N. Villegas. 2015. “*Correlación Canónica Entre Índices Macroclimáticos y Variables Meteorológicas de Superficie En Colombia.*” *Revista U.D.C.A Actualidad & Divulgación Científica* 18 (2): 543–52. <https://doi.org/https://doi.org/10.31910/rudca.v18.n2.2015.185>.
- Giustozzi, F. 2016. “*Polymer-Modified Pervious Concrete for Durable and Sustainable Transportation Infrastructures.*” *Construction and Building Materials* 111 (May): 502–12. <https://doi.org/10.1016/J.CONBUILDMAT.2016.02.136>.
- Gómez Valdovinos, María Guadalupe, Wilfrido Martínez Molina, Alberto Muciño Vélez, Elia Mercedes Alonso Guzmán, Hugo Luis Chávez García, Adriá Sánchez Calvillo, Mauricio Arreola Sánchez, et al. 2025. “*Modificación de Propiedades Mecánicas Del Concreto Permeable Adicionado Con Residuos de PET y Macrofibras Sintéticas.*” *Ingeniería Investigación y Tecnología* 26 (1): 1–11. <https://doi.org/10.22201/fi.25940732e.2025.26.1.002>.
- Hesami, Saeid, Saeed Ahmadi, and Mahdi Nematzadeh. 2014. “*Effects of Rice Husk Ash and Fiber on Mechanical Properties of Pervious Concrete Pavement.*” *Construction and Building Materials* 53 (February): 680–91. <https://doi.org/10.1016/J.CONBUILDMAT.2013.11.070>.
- Hotelling, Harold. 1936. “*Relations Between Two Sets of Variates.*” *Biometrika* 28: 321–77.
- J T Kevern, D. Biddle. 2017. “*Effects of Macrosynthetic Fibers on Pervious Concrete Properties.*” *Journal of Materials in Civil Engineering* 27 (9). [https://doi.org/https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)MT.1943-5533.00012](https://doi.org/https://doi.org/10.1061/(ASCE)MT.1943-5533.00012).

- Juradin, S., I. Netinger-Grubeša, S. Mrakovčić, and D. Jozić. 2021. “Impact of Fibre Incorporation and Compaction Method on Properties of Pervious Concrete.” *Materiales de Construcción* 71 (342): e245. <https://doi.org/10.3989/mc.2021.08020>.
- Nazeer, M., K. Kapoor, and S.P. Singh. 2023. “Experimental Investigation of Clogging Mechanism of Pervious Concrete Made with Variable Aggregate Gradations.” *Materiales de Construcción* 73 (351): e320. <https://doi.org/10.3989/mc.2023.319922>.
- Nguyen, Hoang Quan, Bao Viet Tran, and Thai Son Vu. 2022. “Numerical Approach to Predict the Flexural Damage Behavior of Pervious Concrete.” *Case Studies in Construction Materials* 16 (June): e00946. <https://doi.org/10.1016/J.CSCM.2022.E00946>.
- Oni, Bukola, Jun Xia, and Mengdi Liu. 2020. “Mechanical Properties of Pressure Moulded Fibre Reinforced Pervious Concrete Pavement Brick.” *Case Studies in Construction Materials* 13 (December): e00431. <https://doi.org/10.1016/J.CSCM.2020.E00431>.
- ONNCCE. 2014. “NMX-C-083-ONNCCE-2014, Determinación de La Resistencia a La Compresión.” México
- ONNCCE. 2015. “NMX-C-191-ONNCCE-2015, Determinación de La Resistencia a La Flexión Del Concreto Usando Una Viga Simple Con Carga En Los Tercios Del Claro.” México
- ONNCCE. 2017. “NMX-C-414-ONNCCE-2017, Cementos Hidráulicos - Especificaciones y Métodos de Ensayo.” México.
- ONNCCE. 2019a. “NMX-C-089-ONNCCE-2019, Determinación de Las Frecuencias Fundamentales, Transversales, Longitudinales y Torsionales de Especímenes de Concreto.” México.
- ONNCCE. 2019b. “NMX-C-163-ONNCCE-2019, Determinación de La Resistencia a La Tensión Por Compresión Diametral de Cilindros de Concreto-Método de Ensayo.” México
- ONNCCE. 2019c. “NMX-C-514-ONNCCE-2019, Resistividad Eléctrica Del Concreto Hidráulico.” México.
- Ouarda, Taha B.M.J., Claude Girard, George S. Cavadias, and Bernard Bobée. 2001. “Regional Flood Frequency Estimation with Canonical Correlation Analysis.” *Journal of Hydrology* 254 (1–4): 157–73. [https://doi.org/10.1016/S0022-1694\(01\)00488-7](https://doi.org/10.1016/S0022-1694(01)00488-7).
- Park, Sungwoo, Suhawn Ju, Hyeong Ki Kim, Yo Seob Seo, and Sukhoon Pyo. 2022. “Effect of the Rheological Properties of Fresh Binder on the Compressive Strength of Pervious Concrete.” *Journal of Materials Research and Technology* 17 (March): 636–48. <https://doi.org/10.1016/J.JMRT.2022.01.045>.
- R.A. Viana Marcelo, J. L. Navarro España, H. M. Pinto Prieto. 2012. “Motivaciones de Los Investigadores Académicos En Colombia, Para Generar y Transferir Conocimiento Al Sector Productivo Usando Análisis de Correlación Canónica.” *Estudios Gerenciales* 28 (124): 125–39.
- Rangelov, Milena, Somayeh Nassiri, Liv Haselbach, and Karl Englund. 2016. “Using Carbon Fiber Composites for Reinforcing Pervious Concrete.” *Construction and Building Materials* 126 (November): 875–85. <https://doi.org/10.1016/J.CONBUILDMAT.2016.06.035>.
- Sherwani, Aryan Far H., Rabar Faraj, Khaleel H. Younis, and Ako Daraei. 2021. “Strength, Abrasion Resistance and Permeability of Artificial Fly-Ash Aggregate Pervious Concrete.” *Case Studies in Construction Materials* 14 (June): e00502. <https://doi.org/10.1016/J.CSCM.2021.E00502>.
- Song, Hui, Jinwei Yao, and Junzheng Xiang. 2022. “The Role of Aggregate and Cement Paste in the Deterioration of the Transitional Interface Zone of Pervious Concrete during Freeze-Thaw Cycles.” *Case Studies in Construction Materials* 16 (June): e01086. <https://doi.org/10.1016/J.CSCM.2022.E01086>.
- T.K.M Ali, N. Hilal, R.H. Faraj. 2020. “Properties of Eco-Friendly Pervious Concrete Containing Polystyrene Aggregates Reinforced with Waste PET Fibers.” *Innovative Infrastructure Solutions* 5 (77). <https://doi.org/https://doi.org/10.1007/s41062-020-00323-w>.

- Zhong, Rui, Zhen Leng, and Chi sun Poon. 2018. “*Research and Application of Pervious Concrete as a Sustainable Pavement Material: A State-of-the-Art and State-of-the-Practice Review.*” *Construction and Building Materials* 183 (September): 544–53. <https://doi.org/10.1016/J.CONBUILDMAT.2018.06.131>.
- Zhou, Juanlan, Mulian Zheng, Qi Wang, Jiangang Yang, and Tianfa Lin. 2016. “*Flexural Fatigue Behavior of Polymer-Modified Pervious Concrete with Single Sized Aggregates.*” *Construction and Building Materials* 124 (October): 897–905. <https://doi.org/10.1016/J.CONBUILDMAT.2016.07.136>.